Ejercicio t20

PROBLEMA

A square matrix A of size n is upper triangular if $\langle matrixentry|A|ij\rangle=0$ whenever $i>j$. Let UT_n be the set of all upper triangular matrices of size n. Prove that UT_n is a subspace of the vector space of all square matrices of size n, M_{nn}

Una matriz A de tamaño n is triangular superior si $\langle matrixentry|A|ij\rangle=0$ siempre que $i>j$. Dejar UT_n como todas las matrices triangulares superiones de tamaño n. Prueve que UT_n es un subespacio vectorial de todas las matrices cuadradas de la forma n, M_{nn}

SOLUCÌON

Apply $\langle acronymref|theorem|MZ\rangle$. First, the zero vector of M_{nn} is the zero matrix, $\langle O\rangle$, whose entries are all zero ($\langle acronymref|definition|ZN\rangle$). this matrix then meets the condition that $\langle matrixentry|\langle O\rangle|ij\rangle=0$ for $i>j$ and so is an element of UT_n. Suppose $A, B\in UT_n$. Is $A+B\in UT_n$? We examine the entries of $A+B$ *below* the diagonal. That is, in the following, assume that $i>j$

Aplicar $\langle acronymref|theorem|MZ\rangle$. Primero, el vector cero de M_{nn} es la matrz cero, $\langle zeromatrix\rangle$, cuyas entradas son todas cero ($\langle acronymref|definition|ZN\rangle$). Esta matrz entonces cumple la condicion que $\langle matrixentry|\langle zeromatrix\rangle|ij\rangle=0$ para $i>j$ y solo un elemento de UT_n. Supongo $A, B\in UT_n$. es $A+B\in UT_n$? Se examinan las entrada de $A+B$ por debajo de la diagonal. Esto es, en las siguientes, que asume $i>j$

$$\begin{aligned}\langle A+B\rangle &= \langle A|ij\rangle+\langle B|ij\rangle\\ &= 0+0\\ &= 0\\ &\langle defititon|MA\rangle\ A, B\in UT_n\end{aligned}$$

which qualifies $A+B$ for membership en UT_n. Suppose $\alpha\in\langle\mathbb{C}|\rangle$ and $A\in UT_n$. Is $\alpha A\in UT_n$? We examine the entries of αA *below* the diagonal. That is, in the following, assume that $i>j$

que califica $A+B$ para ingresar in UT_n. Supongo $\alpha\in\langle\mathbb{C}|\rangle$ y $A\in UT_n$. Is $\alpha A\in UT_n$? Examinamos las entradas de αA por debajo de la diagonal. Esto es, en las siguientes, que asume $i>j$

$$\begin{aligned}\alpha\langle A|ij\rangle &= \alpha\langle A|ij\rangle\\ &= \alpha 0\\ &= 0\\ &\langle defitition|MSM\rangle\\ &A\in UT_n\end{aligned}$$

which qualifies αA for membership in UT_n, Having Fulfilled the three conditions of $\langle acronymref|theorem|TSS\rangle$ we see that UT_n is a subspace of M_{nn}.

Que califica αA para ingresar en UT_n, haber cumplido las tres condiciones de $\langle acronymref|theorem|TSS\rangle$ vemos que UT_n es un subespacio de M_{nn}.

contributed by Robert Beezer